

Prontuario di probabilità e varie per il gioco del RisiKo!

ver 1.00 del 25/12/2010
autore: Giorgio Silvestri

Questo documento illustra alcune probabilità legate ad eventi relativi al gioco del RisiKo!

Per chiarimenti e/o idee ispiratrici fare sempre riferimento a <http://www.risiko.it/> ed in particolare al forum nei relativi gruppi di discussione: <http://forum.egcommunity.it/>

Ho raccolto in modo compatto alcune informazioni, rielaborandole per avere il dato esatto. Può servire se qualcuno volesse utilizzarle in un proprio programma e trattarle in forma simbolica in modo da non avere errori dovuti all'uso del floating point.

A volte sono indicate con la frazione normalizzata, cioè ridotta ai minimi termini, altre volte no.

Tab 1 riguarda il numero medio di armate perse dall'attacco e per complemento dalla difesa. Notazione: 3vs3 indica un attacco 3 dadi contro 3 dadi, analogamente gli altri casi.

	Valore decimale	Valore "esatto"
3vs3	1.8931327160493827	4907/2592
3vs2	0.9209104938271604	2387/2592
3vs1	0.3402777777777777	49/144
2vs2	1.2206790123456790	791/648
2vs1	0.4212962962962962	91/216
1vs1	0.5833333333333333	7/12

Tab 1

Valore asintotico del rapporto $\text{armate_in_attacco} / \text{armate_in_difesa}$ per la conquista di un territorio con continui attacchi 3vs3: **1.7103520390379923 (4907/2869)**

Tab 2 fornisce la probabilità di perdere da parte dell'attacco un certo numero di armate. Notazione: 30_3vs3 indica l'evento "3-0" cioè l'attacco perde 0 armate in un attacco 3 contro 3, analogamente gli altri casi.

	Valore decimale	Valore "esatto"
30_3vs3	0.1376028806584362	535/3888
21_3vs3	0.2146990740740740	371/1728
12_3vs3	0.2646604938271604	343/1296
03_3vs3	0.3830375514403292	5957/15552
20_3vs2	0.3716563786008230	1445/3888
11_3vs2	0.3357767489711934	2611/7776
02_3vs2	0.2925668724279835	2275/7776
10_3vs1	0.6597222222222222	95/144
01_3vs1	0.3402777777777777	49/144
20_2vs2	0.2276234567901234	295/1296
11_2vs2	0.3240740740740740	35/108
02_2vs2	0.4483024691358024	581/1296
10_2vs1	0.5787037037037037	125/216
01_2vs1	0.4212962962962962	91/216
10_1vs1	0.4166666666666666	5/12
01_1vs1	0.5833333333333333	7/12

Tab 2

Tab 3 fornisce la probabilità di avere una certa configurazione di carte.
 Servono per calcolare le aspettative medie, come armate di ritorno dai tris.
 Notazione: **AAABB** indica che ho 3 carte uguali + 2 carte uguali, **ABCJJ** indica che ho una carta di ogni tipo + 2 jolly.
 A, B e C indicano le carte "normali", J i jolly.

La **Tab 3** ha i valori esatti **NON** normalizzati!

	Valore decimale	Valore "esatto"	Somma
AAA	0.0824524312896405	1092/13244	0.0824524312896405
ABC	0.2071881606765327	2744/13244	0.2896405919661733
AAJ	0.0412262156448202	546/13244	0.3308668076109936
AJJ	0.0031712473572938	42/13244	0.3340380549682875
ABJ	0.0887949260042283	1176/13244	0.4228329809725158
AAB	0.5771670190274841	7644/13244	1
AAAA	0.0221213840045377	3003/135751	0.0221213840045377
AAAB	0.2252359098643840	30576/135751	0.2473572938689217
AAAJ	0.0160882792760274	2184/135751	0.2634455731449492
AABJ	0.1126179549321920	15288/135751	0.3760635280771412
ABCJ	0.0404269581807868	5488/135751	0.4164904862579281
AAJJ	0.0020110349095034	273/135751	0.4185015211674315
AABC	0.3941628422626720	53508/135751	0.8126643634301036
ABJJ	0.0043314598050843	588/135751	0.8169958232351879
AABB	0.1830041767648120	24843/135751	1
AAAAA	0.0055303460011344	6006/1086008	0.0055303460011344
AAAAB	0.0774248440158820	84084/1086008	0.0829551900170164
AAA AJ	0.0055303460011344	6006/1086008	0.0884855360181508
AAABB	0.1830041767648120	198744/1086008	0.2714897127829629
AAABC	0.1970814211313360	214032/1086008	0.4685711339142989
AAAJJ	0.0010055174547517	1092/1086008	0.4695766513690506
AABBJ	0.0563089774660960	61152/1086008	0.5258856288351467
AABBC	0.3202573093384210	347802/1086008	0.8461429381735677
AABBJ	0.0457510441912030	49686/1086008	0.8918939823647707
AABCJ	0.0985407105656680	107016/1086008	0.9904346929304388
ABCJJ	0.0025266848862991	2744/1086008	0.9929613778167379
AABJJ	0.0070386221832620	7644/1086008	1
AAAAAA	0.0012762336925694	9009/7059052	0.0012762336925694
AAAAAB	0.0238230289279636	168168/7059052	0.0250992626205331
AAAAAJ	0.0017016449234259	12012/7059052	0.0268009075439591
AAAABB	0.0774248440158820	546546/7059052	0.1042257515598411
AAAABC	0.0833806012478729	588588/7059052	0.1876063528077141
AAAABJ	0.0238230289279636	168168/7059052	0.2114293817356778
AAAAJJ	0.0004254112308564	3003/7059052	0.2118547929665343
AAABBB	0.0563089774660960	397488/7059052	0.2681637704326303
AAABBC	0.3941628422626720	2782416/7059052	0.6623266126953024
AAABBJ	0.0563089774660960	397488/7059052	0.7186355901613984
AAABJJ	0.0043314598050843	30576/7059052	0.7229670499664827
AAABCJ	0.0606404372711803	428064/7059052	0.7836074872376630
AABBCJ	0.1067524364461403	753571/7059052	0.8903599236838034
AABBCJ	0.0985407105656680	695604/7059052	0.9889006342494714
AABBJJ	0.0035193110916310	24843/7059052	0.9924199453411024
AABCJJ	0.0075800546588975	53508/7059052	1
AAAAAAA	0.0002686807773830	10296/38320568	0.0002686807773830
AAAAAAB	0.0065826790458847	252252/38320568	0.0068513598232677

AAAAAAJ	0.0004701913604203	18018/38320568	0.0073215511836880
AAAAABB	0.0285249425321670	1093092/38320568	0.0358464937158551
AAAAABC	0.0307191688807952	1177176/38320568	0.0665656625966504
AAAAABJ	0.0087769053945129	336336/38320568	0.0753425679911633
AAAAAJJ	0.0001567304534734	6006/38320568	0.0754992984446368
AAAABBB	0.0570498850643341	2186184/38320568	0.1325491835089709
AAAABBC	0.1996745977251694	7651644/38320568	0.3322237812341403
AAAABBJ	0.0285249425321670	1093092/38320568	0.3607487237663074
AAAABCJ	0.0307191688807952	1177176/38320568	0.3914678926471027
AAAABJJ	0.0021942263486282	84084/38320568	0.3936621189957309
AAABBBB	0.1452178892546686	5564832/38320568	0.5388800082503996
AAABBBJ	0.0207454127506669	794976/38320568	0.5596254210010665
AAABBBCC	0.2359790700388365	9042852/38320568	0.7956044910399031
AAABBB CJ	0.1452178892546686	5564832/38320568	0.9408223802945718
AAABBBJJ	0.0051863531876667	198744/38320568	0.9460087334822385
AAABCJJ	0.0055853034328718	214032/38320568	0.9515940369151104
AABBBCCJ	0.0393298450064727	1507142/38320568	0.9909238819215832
AABBB CJJ	0.0090761180784167	347802/38320568	1

Tab 3

Tab 4 mostra il ritorno medio come numero di armate in base alle carte e i territori posseduti. Utile per calcolare successivamente il costo medio della cartina (vedi discussione sul forum).

Primo caso: **SINGOLO** (calo solo il miglior tris) numero carte = 3,4,5,6,7

Territori	3 carte	4 carte	5 carte	6 carte	7 carte
0	3.22621564	7.89336358	9.89643170	10.19607590	10.40711379
1	3.27151917	8.02382302	10.09018718	10.44776465	10.71093815
2	3.31682271	8.15336687	10.28088523	10.69113320	11.00029095
3	3.36212624	8.28199233	10.46861257	10.92679877	11.27668137
4	3.40742977	8.40969619	10.65344378	11.15528357	11.54132546
5	3.45273331	8.53647486	10.83544186	11.37702373	11.79518732
6	3.49803684	8.66232436	11.01465865	11.59237792	12.03901694
7	3.54334038	8.78724030	11.19113542	11.80163545	12.27338458
8	3.58864391	8.91121790	11.36490331	12.00502418	12.49871201
9	3.63394744	9.03425198	11.53598385	12.20271785	12.71530067
10	3.67925098	9.15633698	11.70438947	12.39484324	12.92335691
11	3.72455451	9.27746694	11.87012401	12.58148674	13.12301445
12	3.76985804	9.39763548	12.03318319	12.76270077	13.31435419
13	3.81516158	9.51683586	12.19355515	12.93850958	13.49742152
14	3.86046511	9.63506092	12.35122092	13.10891489	13.67224128
15	3.90576864	9.75230313	12.50615495	13.27390103	13.83883046
16	3.95107218	9.86855453	12.65832559	13.43343970	13.99720886
17	3.99637571	9.98380679	12.80769561	13.58749444	14.14740777
18	4.04167925	10.09805118	12.95422269	13.73602461	14.28947683
19	4.08698278	10.21127857	13.09785993	13.87898910	14.42348933
20	4.13228631	10.32347944	13.23855634	14.01634958	14.54954582
21	4.17758985	10.43464388	13.37625736	14.14807340	14.66777645
22	4.22289338	10.54476156	13.51090536	14.27413616	14.77834204
23	4.26819691	10.65382178	13.64244013	14.39452380	14.88143403
24	4.31350045	10.76181344	13.77079937	14.50923441	14.97727344
25	4.35880398	10.86872503	13.89591924	14.61827963	15.06610905
26	4.40410752	10.97454467	14.01773482	14.72168565	15.14821488
27	4.44941105	11.07926007	14.13618063	14.81949385	15.22388705
28	4.49471458	11.18285853	14.25119112	14.91176107	15.29344036
29	4.54001812	11.28532699	14.36270119	14.99855949	15.35720448
30	4.58532165	11.38665196	14.47064667	15.07997614	15.41552006
31	4.63062518	11.48681957	14.57496485	15.15611206	15.46873488
32	4.67592872	11.58581556	14.67559496	15.22708099	15.51720008

33	4.72123225	11.68362527	14.77247869	15.29300779	15.56126672
34	4.76653578	11.78023364	14.86556065	15.35402646	15.60128277
35	4.81183932	11.87562522	14.95478895	15.41027769	15.63759066
36	4.85714285	11.96978416	15.04011563	15.46190618	15.67052552
37	4.90244639	12.06269423	15.12149718	15.50905744	15.70041431
38	4.94774992	12.15433878	15.19889508	15.55187434	15.72757586
39	4.99305345	12.24470078	15.27227626	15.59049319	15.75232213
40	5.03835699	12.33376280	15.34161361	15.62503945	15.77496068
41	5.08366052	12.42150702	15.40688650	15.65562316	15.79579853
42	5.12896405	12.50791522	15.46808126	15.68233383	15.81514762

Tab 4

Secondo caso: **DOPPIO** (calo due tris se possibile) numero carte = 6,7

Territori	6 carte	7 carte
0	13.50915278	18.78993505
1	13.76661682	19.09721698
2	14.01952049	19.40369776
3	14.26812113	19.70933539
4	14.51263452	20.01408321
5	14.75323880	20.31789010
6	14.99007816	20.62070053
7	15.22326644	20.92245472
8	15.45289056	21.22308873
9	15.67901374	21.52253456
10	15.90167871	21.82072021
11	16.12091060	22.11756982
12	16.33671981	22.41300368
13	16.54910467	22.70693831
14	16.75805399	22.99928655
15	16.96354935	23.28995756
16	17.16556744	23.57885689
17	17.36408202	23.86588649
18	17.55906591	24.15094474
19	17.75049275	24.43392647
20	17.93833860	24.71472297
21	18.12258343	24.99322195
22	18.30321243	25.26930757
23	18.48021718	25.54286041
24	18.65359667	25.81375742
25	18.82335817	26.08187192
26	18.98951798	26.34707351
27	19.15210193	26.60922806
28	19.31114586	26.86819762
29	19.46669585	27.12384035
30	19.61880838	27.37601046
31	19.76755025	27.62455809
32	19.91299842	27.86932924
33	20.05523969	28.11016567
34	20.19437019	28.34690476
35	20.33049477	28.57937939
36	20.46372619	28.80741783
37	20.59418423	29.03084359
38	20.72199455	29.24947527
39	20.84728749	29.46312638
40	20.97019668	29.67160523
41	21.09085752	29.87471469
42	21.20940545	30.07225206

Tab 5

Estensione ELO al caso MULTIPLAYER (sempre di probabilità si tratta ...)

Utile per gestire classifiche, viene considerata solo la vittoria.

Poniamo di avere i seguenti 5 giocatori

A con Elo = 1670
B con Elo = 1800
C con Elo = 1500
D con Elo = 1600
E con Elo = 1600

ed A vince la partita.

Ci si aspetta che A aumenti il proprio Elo e gli altri lo diminuiscano.

Sia

$v[0] = P(A-B) = 0.321183$ (minore del 50% infatti A è più debole di B)
 $v[1] = P(B-C) = 0.849020$ (maggiore del 50% infatti B è più forte di C)
 $v[2] = P(C-D) = 0.359935$ (minore del 50% infatti C è più debole di D)
 $v[3] = P(D-E) = 0.5$ (uguale al 50% infatti D è come E)

con $P()$ la seguente funzione

$$P(\text{DELTA}) = 1 / (1 + 10^{(-\text{DELTA} / 400)})$$

e

$x[0] = P(A-B) = 0.321183$
 $x[1] = x[0] * (1 - P(A-B)) / P(A-B) = 0.678816$
 $x[2] = x[1] * (1 - P(B-C)) / P(B-C) = 0.120712$
 $x[3] = x[2] * (1 - P(C-D)) / P(C-D) = 0.214659$
 $x[4] = x[3] * (1 - P(D-E)) / P(D-E) = 0.214659$

Sia ora $t = x[0] + \dots + x[4]$

e ancora sia $z[j] = x[j] / t$ per $j = 0, \dots, 4$

$z[0] = 0.207210$
 $z[1] = 0.437937$
 $z[2] = 0.077877$
 $z[3] = 0.138488$
 $z[4] = 0.138488$

Le $z[]$ sono le probabilità che i singoli giocatori hanno di vincere la partita. Mantenendo inalterati i rapporti di forza.

Aggiornando i punteggi:

Nuovo(A) = Vecchio(A) + 30 * (1 - 0.207210) = 1670 + 23 = 1693
Nuovo(B) = Vecchio(B) + 30 * (0 - 0.437937) = 1800 - 13 = 1787
Nuovo(C) = Vecchio(C) + 30 * (0 - 0.077877) = 1500 - 2 = 1498
Nuovo(D) = Vecchio(D) + 30 * (0 - 0.138488) = 1600 - 4 = 1596
Nuovo(E) = Vecchio(E) + 30 * (0 - 0.138488) = 1600 - 4 = 1596

Vengono tolti ai giocatori perdenti tanti punti quanti ne vengono aggiunti al vincitore.

Ovviamente al giocatore perdente che ha un punteggio alto viene tolto molto perchè ci si aspetta di meglio. Se perde un giocatore con punteggio basso viene tolto meno.

Nota:

quando si effettua il conteggio dei punti si procede nel modo seguente per evitare problemi di inflazione/deflazione: si calcolano prima tutti i punti persi dai giocatori "perdenti" e si fa la somma di tale quantità. Essa viene poi aggiunta al punteggio del vincitore. In questo modo la somma totale è sempre 0. Il calcolo deve essere fatto in quest'ordine.
